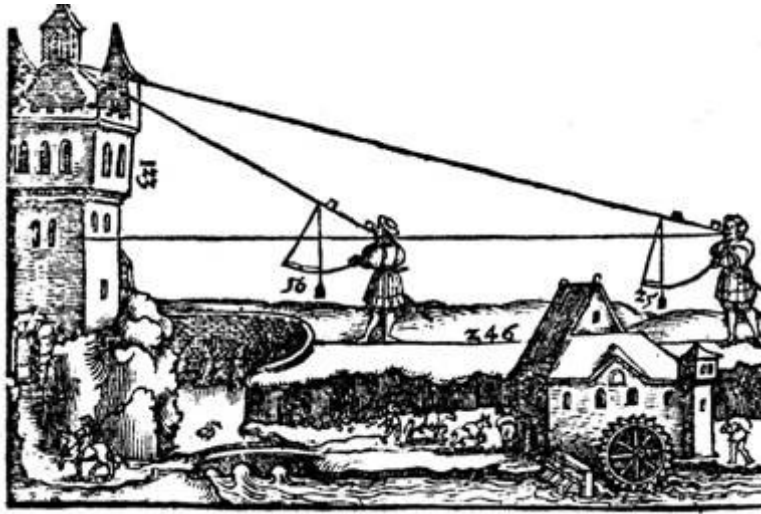


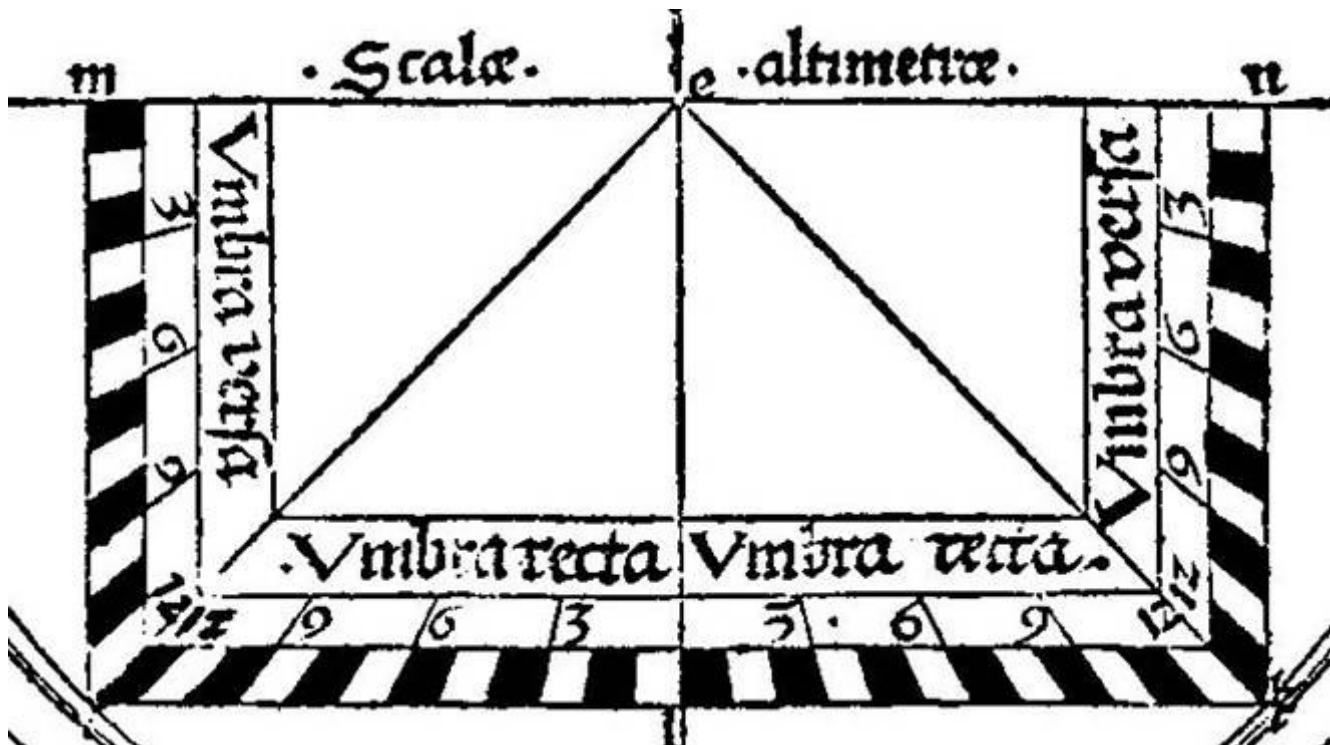
Der Schattenquadrant

Zum Messen im Gelände (Höhe von Türmen oder Strecken) benutzte man im 16. Jahrhundert den Schattenquadranten, wie es in einer Abbildung von Apians „Instrumentbuch“ (1533) gezeigt wird.

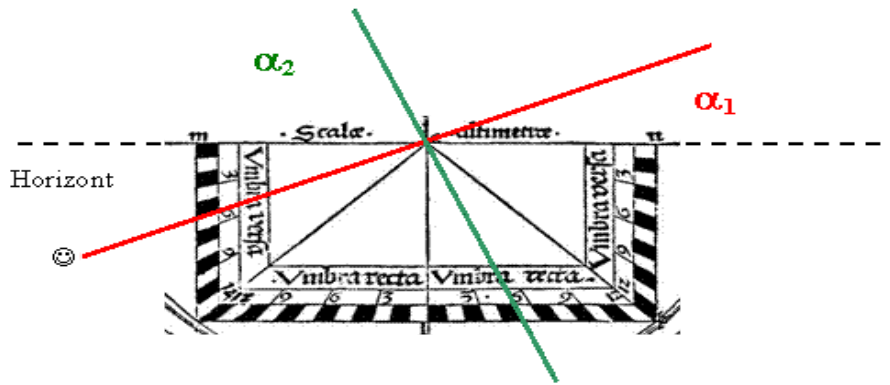


Man erkennt, dass zur Bestimmung der Höhe zwei Winkelmessungen und eine Längenmessung notwendig sind.

Der so genannte Schattenquadrant -ein häufig benutztes Gerät zur damaligen Zeit- ist oft auf der Rückseite von Astrolabien zu finden.



Die Messung mit dem Schattenquadranten



Der Schattenquadrant diente dazu, den Tangens für den zu messenden Winkel zu bestimmen, der für die Rechnung benötigt wird.

Umbra versa (der Winkel zum Horizont ist kleiner als 45^0):

Abgelesen wird auf der Skala $a_1 = 5$ damit berechnet sich der

Tangens zu $\tan a_1 = a_1/12 = 5/12$

(daraus lässt der zugehörige Winkel berechnen $a_1 = 22,6^0$).

Umbra recta (der Winkel zum Horizont ist größer als 45^0):

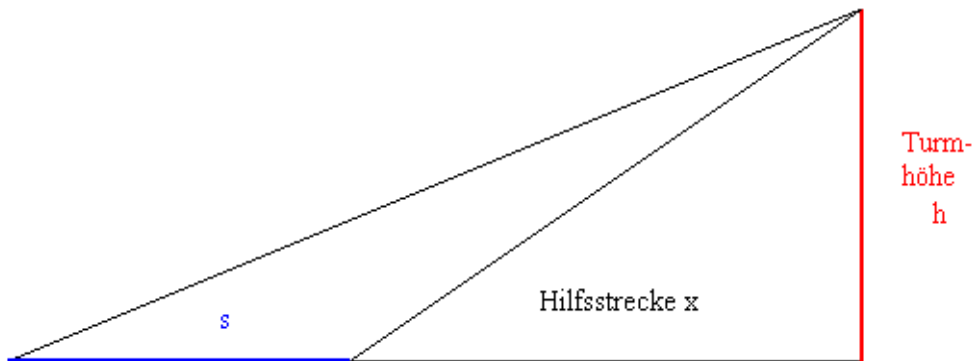
Abgelesen wird auf der Skala $a_1 = 5$ damit berechnet sich der

Tangens zu $\tan a_2 = 12/a_2 = 12/5$

(daraus lässt der zugehörige Winkel berechnen $a_1 = 67,4^0$).

Für Höhenmessungen kann man sich auf Winkel kleiner als 45^0 beschränken, d. h. man benutzt die Skala umbraversa.

Heutige Darstellung der Messung einer Turmhöhe



Gemessen wird am Schattenquadrant mit einer 12 Teile Skala:

$$a_2 = 6$$

$$a_1 = 9$$

und die Länge der Strecke $s = 4\text{m}$

Die Höhe berechnet sich

$$\tan \alpha_1 = \frac{h}{x} \quad \text{und} \quad \tan \alpha_2 = \frac{h}{s+x} \quad \text{Umgeformt:}$$

$$x = \frac{h}{\tan \alpha_1} \quad \text{und} \quad s + x = \frac{h}{\tan \alpha_2}$$

x eingesetzt ergibt $s + \frac{h}{\tan \alpha_1} = \frac{h}{\tan \alpha_2}$ und damit

$$h = \frac{s}{\frac{1}{\tan \alpha_2} - \frac{1}{\tan \alpha_1}}$$

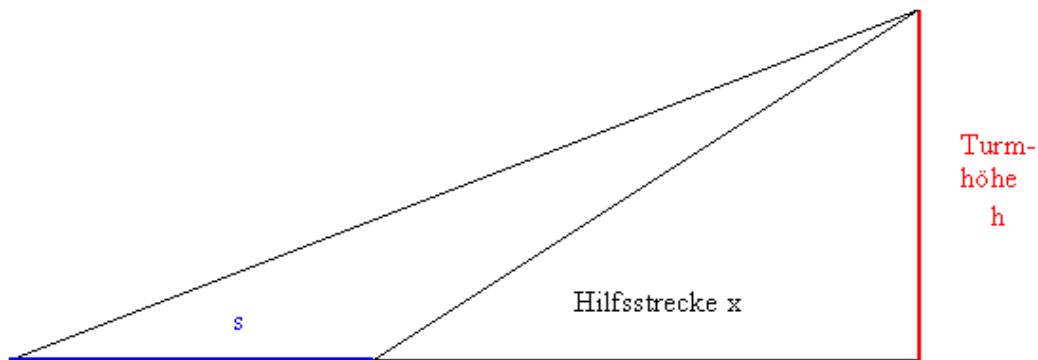
Es gilt $\tan a = a/12$ (umbraversa) also erhält man die Endformel für die Berechnung der Turmhöhe:

$$h = \frac{s}{\frac{12}{a_2} - \frac{12}{a_1}}$$

mit $a_1 = 9$, $a_2 = 6$ und $s = 4\text{m}$ erhält man

$$h = \frac{4\text{m}}{\frac{12}{6} - \frac{12}{9}} \quad \text{oder} \quad h = \frac{4\text{m}}{2 - \frac{4}{3}} \quad \text{und } h = 4\text{m} \cdot \frac{3}{2} = 6\text{m}$$

Das Messen einer Turmhöhe nach Apian



Gemessen wird am Schattenquadrant mit einer 12 Teile Skala:

$$a_2 = 6$$

$$a_1 = 9$$

und die Länge der Strecke $s = 4\text{m}$

Nach der Anleitung von Apian (Instrumentbuch 6.Kapitel) heißt es sinngemäß:

Dividiere 12 durch a_1 und du erhältst $12 : 9 = 4/3$

Dividiere 12 durch a_2 und du erhältst $12 : 6 = 2$

Bilde die Differenz der beiden Ergebnisse und du erhältst $(2 - 4/3) = 2/3$,

das ist der Teiler,

die Höhe des Turms berechnet sich aus der Länge der Strecke s dividiert durch den Teiler,

also 4m dividiert durch $(2/3)$, das sind 6 m .

Vergleicht man die moderne Rechnung mit Apians Anleitung, so sieht man sofort, dass beide Rechnungen gleichwertig sind. Dabei kann Apians Methode schon von demjenigen durchgeführt werden der - ohne Kenntnis der Trigonometrie - dividieren und multiplizieren konnte, Rechenarten, die zur damaligen Zeit nur wenige beherrschten.